



Comparación de algoritmos para la confluencia geométrica de información vectorial

Carlos López-Vázquez^(*) y Carlos H. González

LatinGEO – ETSI Topografía, Geodesia y Cartografía
Universidad Politécnica de Madrid
Campus Sur Km. 7,5 de la Autovía de Valencia
E 28031 Madrid
carlos.lopez@topografia.upm.es
ch.gonzalez@alumnos.upm.es

Resumen

Dadas dos cartografías A y B de una misma región pero diferente origen, es normal que existan discrepancias geométricas entre las mismas. En la literatura se encuentran una multitud de métodos aplicables para reducir las discrepancias, pero hay poco o ningún ensayo comparativo. Aquí se describe un procedimiento de Monte Carlo diseñado para simular situaciones realistas, midiendo luego el éxito obtenido. Los resultados de 1000 simulaciones para diferente número de puntos de control muestran una superioridad del método de Krigeado Ordinario al 95% de nivel de confianza. Sin embargo, el impacto visual de la confluencia que se logra no está siempre en relación directa con el valor de la métrica, concluyéndose que será necesario diseñar métricas específicas para evaluar adecuadamente la bondad del resultado.

Palabras clave: Confluencia, fusión, integración.

1 Introducción

La habilidad/capacidad de acceder simultáneamente información de diferentes fuentes está en la esencia misma de una Infraestructura de Datos Espaciales (IDE). De hecho esta capacidad es previa a las IDE, y es una característica distintiva de los Sistemas de Información Geográficos (SIG). Una vez que se han resuelto los problemas de descubrir, descargar, abrir y desplegar los datos, surgen las primeras sorpresas. En particular, aquellas derivadas de las discrepancias geométricas entre coberturas (o capas) de información que comparten elementos comunes. Esas discrepancias pueden tener origen variado: podrían estar asociados al diferente linaje de los datos, recogidos directamente en campo con un instrumento de mayor o menor exactitud, procesados a partir de información de sensores remotos, derivado de otro juego de datos, etc. También podría ocurrir (y es muy corriente) que el usuario pretenda desplegar información recogida con diferentes escalas, la cual arrastra consigo la generalización aplicada. Los SIG del presente no advierten en forma alguna al usuario sobre esta situación, y tampoco lo hacen los servicios de una IDE.

Siguiendo a [1] el procedimiento general para reducir las discrepancias observadas se denomina Conflación. En la formulación tradicional (debida también a [1]) el mismo consiste en dos etapas: a) identificación de objetos homólogos en ambas cartografías y b) aplicación de transformaciones matemáticas a una de ellas para reducir la brecha con la otra. En [2] se introduce una etapa intermedia que consiste en reseñar las discrepancias encontradas entre homólogos. Siguiendo la práctica corriente, se usarán puntos homólogos, aunque hay algunos pocos trabajos en que la Conflación se realiza usando poligonales homólogas [3].

En este trabajo se analizarán varios algoritmos ya conocidos capaces en teoría de cumplir con la etapa b). Todos ellos buscan una función de transformación $(X,Y)=f(x,y)$ que replique el desplazamiento en los puntos datos exacta o aproximadamente.

Un problema recurrente en la literatura sobre conflación es que rara vez se documenta una métrica objetiva de éxito (con frases del estilo *el error obtenido fue de 12.3 m EMC*) y menos aún se suministra un intervalo de confianza para el mismo. También son escasas las situaciones en que se realiza una comparación cuantitativa entre diferentes métodos, y a lo sumo se indica la mejora entre el “Antes” y el “Después” de aplicarlo. Por último, no es simple encontrar trabajos en que sea posible acceder a los datos de partida, por lo que tampoco pueden

corroborarse las aseveraciones de los autores. En este trabajo se abordan algunos de estos aspectos y se hacen propuestas para otros.

2 Datos y Métodos

2.1 Datos utilizados

En el marco del proyecto España Virtual se analizó información disponible para la región próxima a Gandía, Valencia, cubriendo aproximadamente 57 km². Se tomó como referencia la ortofoto 792-1 del Programa Nacional de Ortofotografía Aérea (PNOA), con proyección ED-50, huso 30 tomada en 1996, cuya resolución es 0.5m por pixel. La confluencia fue realizada entre la ortofoto (parcialmente vectorizada) y la cartografía vectorial perteneciente a la colección BCN25 (Base Cartográfica Numérica 25:000). Los trabajos descritos en este documento corresponden a una región rectangular de 2792x1259 m² indicada en la Figura 1.

2.2 Identificación de objetos homólogos

Los objetos homólogos fueron seleccionados como vértices de edificios notables, cruces de caminos, etc. que eran distinguibles sin ambigüedad en ambos conjuntos. En total fueron identificados 58 puntos, en parte localizados en zonas urbanizadas y en parte en zonas rurales, los que se representan con círculos en la Figura 2. La disposición espacial de los puntos no siempre fue la más favorable, habiendo una natural concentración en zonas más urbanizadas. Previo a su procesamiento se eliminaron los outliers que surgieron del proceso de lectura de coordenadas.

2.3 Métrica del éxito

Para la métrica de la exactitud se utilizó el estándar de exactitud posicional [4] del USGS, el cual esencialmente es del tipo del error medio cuadrático. Se requiere un número mínimo de 20 puntos con sus homólogos, localizados en forma más o menos homogénea en la región y que no estén demasiado próximos entre sí. El estadístico producido se denominará NSSDA en lo que sigue.

2.4 Simulación de Monte Carlo

De entre el total de puntos homólogos se determinó en primera instancia el polígono convexo ya que varios de los algoritmos que se detallarán sólo pueden

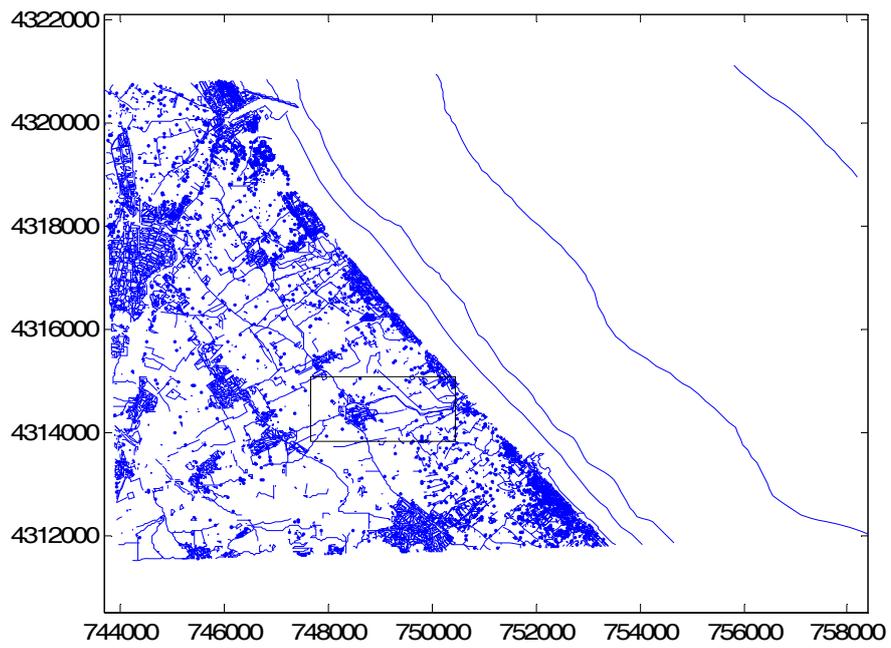


Figura 1 Localización de la zona de estudio en la carta BCN25

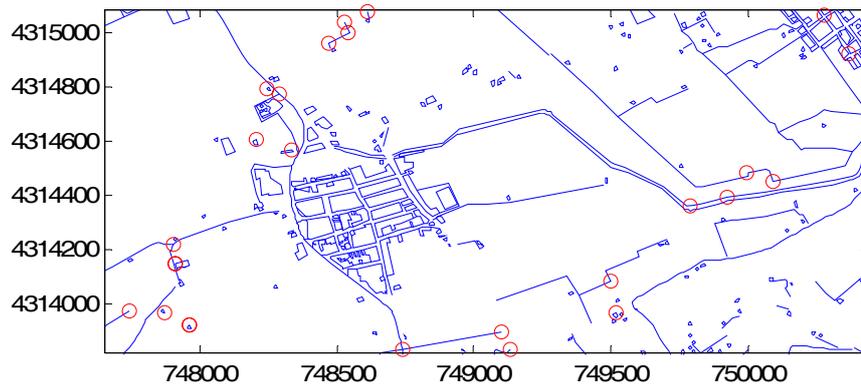


Figura 2 Localización de los puntos homólogos dentro de la zona de estudio

interpolarse en el interior de regiones convexas. Ello no es una limitación importante; en el caso general sería suficiente con suministrar valores estimados de los desplazamientos en las esquinas de las cartas para evitar problemas. En este caso el polígono convexo estuvo compuesto de 13 puntos

Del resto de los puntos homólogos disponibles se reservaron al azar 20 puntos de control, suficientemente separados entre sí de acuerdo a lo requerido por el estándar. Ellos eran requeridos para evaluar la exactitud de la transformación, y por lo tanto no fueron utilizados para la interpolación. Si bien se los eligió al azar, la elección se mantuvo fija a lo largo de todas las simulaciones.

De los restantes puntos fueron seleccionados al azar (N-13), que agregados a los 13 de partida forman así un conjunto de N puntos que participan en el cálculo. Se hicieron ensayos con N=22, 25, 30, 31, 35, etc. La simulación de Monte Carlo consiste así en elegir esos (N-13) puntos con ciertas características (de distancia mutua mínima) y aplicar sucesivamente cada algoritmo disponible al conjunto de N puntos. Para N=22 en teoría podrían construirse hasta $25!/9!/(25-9)! \sim 2 \times 10^6$, pero las limitaciones de distancia mutua mínima reducen drásticamente el número de posibilidades. Por ejemplo, si se buscan N=35=13+22 puntos solamente hay 8 opciones válidas.

Para la selección al azar de estos (N-13) puntos fueron utilizadas las facilidades disponibles en Matlab^(R). Se realizaron 1000 simulaciones, y al presente no se ha evaluado aún si se logra estabilidad estadística con ellas.

2.5 Tratamiento estadístico de los resultados

A cada evento de la simulación se le aplicaron los algoritmos disponibles, y para cada uno de ellos se evaluó el error según el criterio del NSSDA. De cara a las aplicaciones de España Virtual es necesario decidirse por un único algoritmo, por lo que es importante manejar criterios sólidos para optar por el más adecuado.

Se pudo observar que, para la región estudiada y el conjunto disponible de puntos homólogos, no había un algoritmo que fuera sistemáticamente el mejor de entre los ensayados. Todos fueron el "óptimo" en algún evento de los cientos ensayados. Esta situación no es inusual, y en estadística se han desarrollado técnicas para tratarla. En este trabajo se aplicó el test de Friedman descrito en [5], el cual asume disponible una tabla de suficientes filas (eventos en este caso) y varias columnas (una para cada algoritmo), entre las cuales es posible establecer un orden de prioridad. En este caso, el orden de prioridad estuvo dado por el valor del

estadístico NSSDA. El test permite verificar (con un nivel de confianza dado) si hay diferencias sustanciales entre las columnas. En el área médica este test permite señalar si un tratamiento aplicado a diferentes individuos es sistemáticamente mejor que otro aplicado a los mismos individuos. En otras áreas permitiría analizar el desempeño de n jueces catando k vinos. Como es usual se le aplicó con un nivel de confianza del 95%. El test puede aplicarse si hay un número mínimo de filas ($n=15$) y de columnas ($k=4$), lo cual se satisface en este caso.

Se elaboró también un ranking basado en el número de veces que el método fue el mejor, segundo mejor y tercer mejor entre sus pares.

2.6 Algoritmos de transformación geométrica

El problema que se abordó puede catalogarse como de Interpolación (en el caso en que los desplazamientos de los puntos homólogos dato sean estrictamente respetados) o de Aproximación (cuando esos desplazamientos no lo son). Para ese problema general existe en la literatura un gran número de algoritmos, algunos de los cuales están implementados en forma nativa en Matlab^(R) y varios otros han sido incluidos en rutinas desarrolladas independientemente y/o contribuidos por sus autores al dominio público. Cuando no fue posible localizar una rutina se procedió a implementarla.

Es posible encontrar muchos trabajos de comparación de métodos de interpolación [6],[7] y la lista seguramente se expandirá ya que el tema mantiene interés. Casado señala en [8] que la mayor parte de los algoritmos descritos en la literatura ignoran las restricciones cartográficas, o sólo las satisface parcialmente. En ese trabajo recomienda el uso de transformaciones conformes, tal como las utilizadas en [9],[10], lo cual aún no se ha ensayado.

Algunos de los algoritmos requieren una subdivisión del dominio espacial en triángulos, cuyos vértices son puntos homólogos. Otros no tienen esa restricción, lo que les permite extrapolar fuera del polígono convexo definido por los datos. Algunos otros requieren como cálculo intermedio los valores en una retícula regular, respecto a la que luego se hace una segunda interpolación. A continuación se describirán brevemente los algoritmos considerados.

2.6.1 Transformación afín a trozos ([1])

Saalfeld propone realizar una triangulación (por ejemplo de Delaunay) con los puntos de control, y dentro de cada triángulo especificar una transformación afín logrando imponer así que los desplazamientos de los vértices coincidan con los observados. Como señala [8] la transformación afín a trozos tiene ventajas y desventajas. Entre las primeras se señala su simplicidad, y capacidad de refinar localmente la transformación agregando nuevos puntos de control. Entre las segundas está que no preserva los ángulos, pero sí la alineación de puntos dentro de cada triángulo. Tampoco (y es más grave) hay garantías que se preserve el sentido del plano: un triángulo ABC (sentido horario) podría transformarse A'B'C' (sentido antihorario) hecho que pudo observarse experimentalmente para ciertas combinaciones de los datos. En los bordes de los triángulos la transformación es continua pero no diferenciable (que se suele indicar como C^0), lo que hace que puntos alineados pero pertenecientes a diferentes triángulos serán modificados rompiendo la alineación original y mostrando quiebres en los bordes de los triángulos. En la implementación del código se tomaron precauciones para preservar la topología, atendiendo situaciones como las ilustradas en la figura 3. El algoritmo replica los datos de partida, por lo que se trata de una interpolación.

2.6.2 Rutina GRIDFIT ([11])

Esta rutina implementa un algoritmo no publicado que produce estimaciones en una retícula regular, por lo que luego hay aún que interpolar a los puntos requeridos con algún procedimiento adicional. Si bien se dispone del código fuente, en una comunicación personal con el autor se indicó que el algoritmo consiste esencialmente en una interpolación lineal dentro de cada celda subdividida en dos triángulos, pero agregando un término de regularización. Dependiendo del parámetro utilizado, la regularización obliga a que las derivadas segundas en las direcciones (x,y) sean cada una de ellas cero, o que su suma (igual al Laplaciano) sea cero. En el experimento se usaron varias combinaciones de parámetros, observándose diferencias significativas de desempeño entre ellas. Debido a la presencia del término de regularización, el algoritmo GRIDFIT en cualquiera de sus variantes no necesariamente replica los datos iniciales, y es por lo tanto un algoritmo de aproximación.

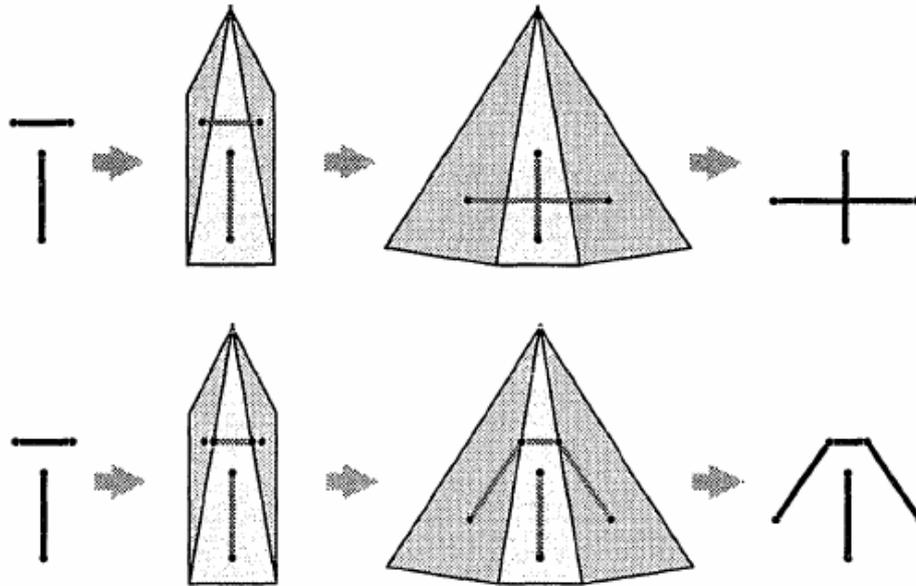


Figura 3. Problemas de la transformación afín: en la imagen superior y a la izquierda dos segmentos con vértices pertenecientes a diferentes triángulos originalmente no se cortaban, pero luego de la transformación sí. La solución requiere identificar las intersecciones con los bordes, agregarlas a la poligonal y transformar el conjunto (tomado de [1])

2.6.3 Krigeado Ordinario ([12])

La técnica del Krigeado Ordinario (KO) es suficientemente conocida en geoestadística como para remitir al lector a las referencias. Debe señalarse sin embargo que en esta aplicación se realizó un KO por separado en las componentes X e Y de los desplazamientos, lo que implícitamente supone independencia entre ambos campos. Para cada uno de los eventos y para cada componente por separado se estimaron variogramas basados en el criterio de Validación Cruzada de Máxima Verosimilitud (ver [12]) por lo que no se utilizó necesariamente el mismo variograma en todas las simulaciones. Tal como fue implementado se comporta como un algoritmo de interpolación.

2.6.4 Krigeado Residual ([12])

El Krigeado Residual (KR) se usa cuando no puede suponerse que el campo es estacionario (i.e. de valor esperado constante en el espacio). Se realiza por lo tanto una primer aproximación del campo de desplazamientos, y luego se estima un KO de la discrepancia remanente. No debe confundirse el KR con el Krigeado Universal (KU), el cual también ajusta una función (típicamente un polinomio de las coordenadas) y un variograma para la discrepancia remanente. En el caso de KR la estimación se hace en dos pasos secuenciales, mientras que en KU es simultánea.

Al momento se ha implementado el KR con una aproximación lineal obtenida de dos maneras diferentes: mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) y mediante Métodos Robustos; en particular el conocido como *Least Median of Squares* (LMS). Estos últimos tienen la virtud de ser inmunes a la presencia de un número razonable de outliers, y de coincidir asintóticamente con el MCO cuando no los hay. Los resultados corresponden a la opción LMS. Tal como fue implementado, KR constituye otro ejemplo de algoritmo interpolatorio.

2.6.5 Interpolación ponderada con la Distancia inversa al cuadrado ([13])

Este método es ampliamente conocida en las ciencias de la tierra, y se cita el clásico trabajo de Felicísimo como referencia. La interpolación con distancia inversa al cuadrado responde a la sencilla expresión

$$U(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{u_i}{d_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^2}}$$

siendo U el desplazamiento Este-Oeste a aplicar en el punto de coordenadas (x,y) ; u_i el desplazamiento Este-Oeste registrado en el i -ésimo punto dato y d_i la distancia euclidiana entre el punto (x,y) y el i -ésimo punto dato. Una expresión similar se construye para el desplazamiento Norte-Sur. A diferencia de GRIDFIT en este caso se trata de un interpolante.

2.6.5 Rutina GRIDDATA

Al igual que GRIDFIT, esta rutina estándar de Matlab opera sobre una retícula de valores. En el caso en que los puntos a interpolar estén irregularmente localizados, primero se hace el cálculo a la retícula y luego se interpola (típicamente por el vecino más próximo) entre la retícula y el punto. De acuerdo con la documentación de MATLAB®, la rutina GRIDDATA en su opción 'v4' (GRIDDATA_V4) utiliza el método descrito en [14]. La opción "CUBIC" usa internamente una triangulación de Delaunay y produce superficies con continuidad en la función y las derivadas de primer orden (propiedad que se suele indicar como C^1). Se trata también de una función interpolante.

2.6.6 Rutina TINTERP

Al igual que la debida a Saalfeld esta rutina también requiere de una triangulación previa. A diferencia de aquella, en este caso se decidió ajustar la superficie por funciones cuadráticas (opción "QUAD"), por lo que considerada conjuntamente con las otras (Saalfeld y GRIDDATA_CUBIC) se han considerado polinomios de primer, segundo y tercer grado. No hay documentación técnica sobre sus algoritmos, pero los ensayos realizados confirman que el campo resultante es de tipo C^0 . Se trata también de una función interpolante.

3. Resultados

No parece sencillo declarar que un método es el mejor entre los disponibles. En ensayos muy preliminares recogidos en [15] se vio que había cierta variabilidad dependiendo de la configuración de puntos homólogos de partida. En aquel caso el algoritmo denominado TINTERP_QUAD fue el de mejor desempeño, seguido por el KO (Krigado Ordinario). En este trabajo se han incorporado métodos adicionales y se realizó la simulación de Monte Carlo. Además, para decidir cuál es el "mejor" se usó el test de Friedman, y se comprobó que la diferencia con el segundo era significativa con un 95% de confianza. Curiosamente TINTERP_QUAD no fue el óptimo en ninguna de las simulaciones, sino que hubo un 84.5% de los casos en que fue el segundo lo que le asigna una gran confiabilidad. KO fue el mejor en el 46.5% de los casos, y fue segundo solamente en el 1.6% de los eventos.

Ser el mejor entre los disponibles no asegura que el método sea suficientemente bueno para los fines buscados. La Figura 4 ilustra elocuentemente sobre el pobre

desempeño en general de los métodos. En el eje de las abscisas se representa el cociente entre el NSSDA del mejor de los métodos en cada simulación (que quizá difiere entre simulaciones) en relación al valor original del estadístico. Nótese que lo típico es lograr que el NSSDA sea un 75% del original, y la mejor situación que se observó en las 1000 simulaciones solamente lo redujo a 40%. El ideal sería 0%.

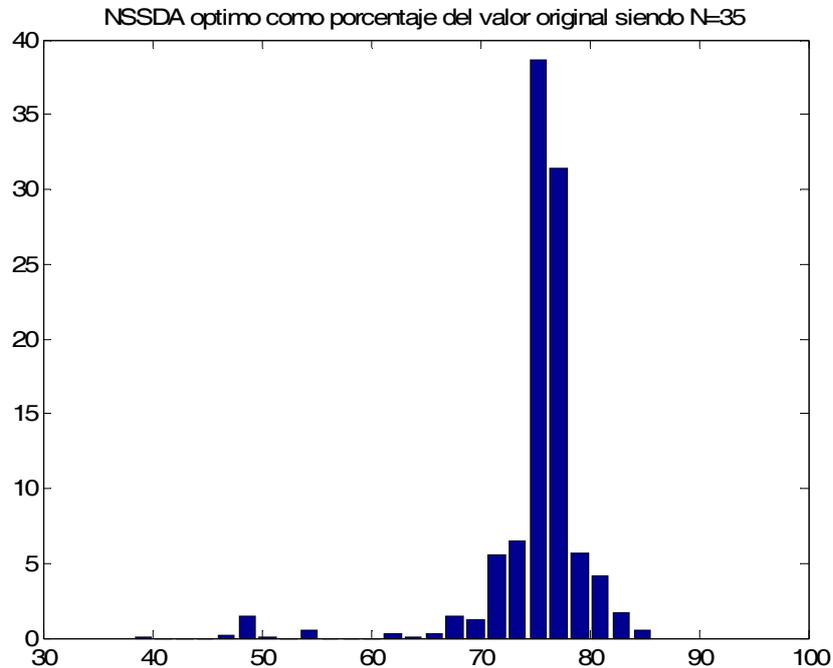


Figura 4. Función densidad de probabilidad discreta del NSSDA expresado en relación al valor original. Se interpoló con 35 puntos dato

Se supone que este gráfico está fuertemente afectado por el número de puntos a usar en el cálculo, y la intuición dice que al aumentar el número el histograma tendría que moverse hacia la izquierda. Se repitieron los cálculos aumentando el número de puntos, aunque pronto fue notorio que lo limitado del conjunto de puntos de control impedía hacer una investigación muy ambiciosa, ya que las combinaciones de casos se repetían. Por ello se intentó bajar el número de puntos de control, como se ilustra en la Figura 5, cálculo que se repitió para valores de N entre 22 y 35 (no mostrados aquí). Pudo apreciarse que al reducir N el histograma se dispersaba mucho más, pero que su valor modal no se movía sensiblemente.

En la Tabla 1 se resumieron los resultados obtenidos. Para cada uno de los métodos listados en la izquierda y para cada N, se le asignó una posición según sus resultados tras las 1000 simulaciones. Puede verse que (por ejemplo) para N=22 hay varios métodos con posición “1”. Ello es debido a que el test estadístico no arrojó una diferencia significativa entre el que resultó primero y alguno de los que le seguían. Para N=35 hay dos métodos con posición “3”, etc.

	22	25	28	30	31	35
GRIDFIT_Def	11	11	11	11	11	11
GRIDFIT_Lapl	10	10	10	10	10	10
GRIDFIT_2	9	8	8	7	6	3
IDW_2	6	8	8	7	9	9
GRIDDATA_Def	1	1	2	2	2	8
GRIDDATA_CUBIC	1	1	2	5	6	6
GRIDDATA_V4	1	1	5	2	2	1
Saalfeld	1	6	5	7	6	6
KO	6	1	1	1	1	1
RK_LMS	1	1	2	2	4	3
TINTERP_QUAD	6	7	5	6	5	5

Tabla 1 Ranking de cada método en función del número de puntos dato. En fondo gris se indican aquellos métodos con el mejor desempeño.

Los resultados muestran que, excepto para el caso de “pocos puntos”, el Krigado Ordinario es el que tiene consistentemente el mejor resultado. El caso de N=22 podría ser malo debido a que no hay suficientes puntos para estimar adecuadamente el variograma, aspecto que habría que investigar específicamente. No están muy lejos otros métodos, como el GRIDDATA_Def que recién tiene un pobre desempeño para N=35 así como el GRIDDATA_V4 y el RK_LMS, que está bastante próximo en general. Si se considerasen únicamente los métodos que prescindan de la triangulación también propondría como óptimo al KO, seguido por el RK_LMS y bastante después al IDW_2.

4 Conclusiones

Se han aplicado algunos algoritmos disponibles o fácilmente codificables al problema de la confluencia de un mapa vectorial sobre una ortofoto. Se seleccionó el estadístico del NSSDA como la métrica de éxito. Para mejorar la comprensión

sobre la importancia de los puntos homólogos los mismos se han seleccionado al azar de entre el conjunto disponible, simulando así un escenario representativo en el cual no siempre se identifican un número grande de homólogos. Se realizó una simulación de Monte Carlo, y para cada evento se calculó el NSSDA para todos los algoritmos. Pudo observarse que si bien algún algoritmo era frecuentemente el mejor, para casi todos ellos existió algún evento en que resultó ser el mejor. Por ello se aplicó la prueba de Friedman identificando el algoritmo KO como el mejor entre los ensayados con un nivel de confianza del 95%.

Si bien los resultados preliminares son útiles para orientar la búsqueda, subsisten aún cuestiones a investigar. Una de ellas es la pertinencia de utilizar la métrica del NSSDA. La mayor parte de los objetos geográficos de interés no son puntos sino poligonales, por lo que parece razonable evaluar su distancia antes y después de la aplicación de los algoritmos. Se está trabajando para incorporar las distancias de Hausdorff y Fréchet sustituyendo al NSSDA. Por añadidura, el estadístico del NSSDA es un único número para toda la cartografía, ignorando así la distribución espacial de las discrepancias.

El otro aspecto a considerar es el origen de la variabilidad. La simulación de Monte Carlo realizada incluía el azar en la selección de los puntos de control utilizados. Otra alternativa podría ser perturbar aleatoriamente y de forma adecuada la cartografía a conflagrar, alterando las coordenadas de todos los objetos. Las perturbaciones válidas quizá podrían caracterizarse mediante métodos geoestadísticos, considerando así explícitamente correlaciones espaciales. Ello sin perjuicio de agregar restricciones adicionales a la simulación condicional del estilo de las recogidas en [8].

Agradecimientos. Estos resultados son parte del trabajo del proyecto CENIT España Virtual, cofinanciado por el CDTI dentro del programa Ingenio 2010 y por el CNIG.

Referencias

- [1] Saalfeld, A: Conflation: Automated Map Compilation, *Ph.D. Thesis*, University of Maryland, (College Park, Maryland, 1993), 1--133 (1993)
- [2] Kucera, G and Clarke, B Accelerating Conflation Capability for the US government, *National Technology Alliance TR-001-120804-128*, 53 pp. (2005)

- [3] Doysther Y, Filin S. y Ezra E.: Transformation of datasets in a linear-based map conflation Framework, *Survey and Land Information Systems*, 61, 3, pp. 159--169 (2001)
- [4] Anon.: Geospatial Positioning Accuracy Standards; Part 3: National Standard for Spatial Data Accuracy, *Federal Geographic Data Committee*, FGDC-STD-007.3, Washington, D.C. 28 pp. (1998)
- [5] Bewick, V.; Cheek, L. and Ball, J.. Statistics review 10: Further non-parametric methods. *Critical Care* 8, 3, 196-199 (2004)
- [6] Caruso, C.; Quarta, F. Interpolation Methods Comparison. *Computers Math. Applic.* 35, 12, 109-126, (1998)
- [7] Lam, N. Spatial Interpolation Methods: A Review. *The American Cartographer*, 10, 2, 129-149 (1983)
- [8] Casado, M L: Some Basic Mathematical Constraints for the Geometric Conflation Problem, In *Proceedings of the 7th International Symposium on Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences*, M. Caetano and M. Painho (eds), pp. 264-274 (2006)
- [9] Lippus, J : Transformation of coordinates using piecewise conformal mapping, *Journal of Geodesy*, 78, 40–46 (2004)
- [10] González-Matesanz, F J: Aportaciones al estudio de los modelos de distorsión para el cambio de Datum entre ED50 y ETRS89. Tesis de Doctorado, Universidad de Alcalá, 248 pp (2007)
- [11] D'Errico, J.: Understanding GRIDFIT, 2006. Available for download at <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/8998> (last accessed 20090414) (2006)
- [12] Samper, J. y Carrera, J. Geostatística: aplicaciones a la Hidrología Subterránea. Ed. CIMNE. Barcelona. Spain, 484 pp. (1990)
- [13] Felicísimo, A: Modelos Digitales de Terreno. Introducción y aplicación a las ciencias ambientales. (<http://www6.uniovi.es/~feli/pdf/libromdt.pdf> accedido 20090513) (1994)
- [14] Sandwell, D. T : Biharmonic Spline Interpolation of GEOS-3 and SEASAT Altimeter Data, *Geophysical Research Letters*, 14, 2, 139–142 (1987)

- [15] López-Vázquez, C. y González, C.H., The need of a framework to compare Geometric Conflation Algorithms. 12th AGILE International Conference on Geographic Information Science, Hannover, (<http://www.ikg.uni-hannover.de/agile/fileadmin/agile/paper/149.pdf> accedido 20090911) 2009